高１・高２ ベーシックレベル数学ⅡＢ を受講する皆さんへ

ようこそ，『スタディサプリ』の数学の講座へ！　この講座は

「数学ⅡＢを，用語や公式を覚えるところから学習したい。」

という人にピッタリの講座です。

高１・高２の皆さんはもちろん，**それ以外の学年の人**も大歓迎です。

高校数学は，中学校で学んだ数学を理解していることが前提です。さらに，数学ⅡＢを理解するためには，数学ⅠＡの理解がある程度あることが前提となります。ある分野で何かがあいまいになっていると，いきなりわからなくなってしまう，ということも少なくありません。心当たり，ありませんか？

でも，中学校の内容や数学ⅠＡで理解が不足しているから，今さらもう一回聞いてもわからない！そう思うかもしれません。ところがですね，あなたが「人の話を聞いてそれを理解する力」は，以前のあなたと比べると，間違いなく「今のあなたの方が上」なのです。

あきらめるのはまだ早い。今のあなたは，以前のあなたとは違う！

この自覚が大切です。そしてその自覚をもって数学と向き合えば，高校からでも，今からでも，数学をちゃんと理解することができますよ。

また，この講座は可能な限り

中学校や数学ⅠＡで学んだ公式を復習しながら，新しいところを学ぶ。

というコンセプトの元に作成されています。そして，

予習は必要なし！　「講義動画」で一から説明します！

テキストの使い方や，講座の受講の仕方については，後ほど詳しく説明します。

この講座をしっかり受講すれば，学校の授業の理解を深めることができますし，宿題もしっかりやることができるでしょう。**わかれば，面白い。面白ければ，もっとやりたくなる！**そんな自分になってみたいと思いませんか？

「人から人へ」。それは時代がどんなに進歩しても変わることがありません。直接会うことはなかなかできませんが，みなさんが真剣に動画を視聴すれば，まるで目の前に先生がいるような錯覚すら覚えることでしょう。なぜなら，先生はいつでも君たち一人ひとりが真剣に授業を受けている姿をカメラの向こうに思い浮かべながら授業しているのですから。

さぁ，そろそろ時間です。１回聞いてわからなければ，何回も受講しましょう。その先に，必ず未来は開けています。ようこそ『スタディサプリ』の世界へ！

山内　恵介

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜後編　目次＞

第５章　微分法・積分法

第14講　微分係数と導関数
§１　平均の速さと平均変化率
§２　極限値と微分係数
§３　導関数
§４　導関数の公式

第15講　接線の方程式，関数の増減と極大・極小
§１　接線の方程式
§２　曲線上にない点を通る接線
§３　関数の増減
§４　関数の極大・極小

第16講　関数の最大・最小，方程式への応用，不定積分
§１　関数の最大・最小
§２　方程式への応用
§３　不定積分
§４　不定積分の計算

第17講　定積分と面積
§１　定積分
§２　定積分の性質
§３　定積分と面積
§４　２つのグラフの間の面積

第６章　数列

第18講　数列，等差数列
§１　数列
§２　等差数列
§３　等差数列の一般項
§４　等差数列の和

第19講　等比数列，等差中項と等比中項
§１　等比数列
§２　等比数列の一般項
§３　等比数列の和
§４　等差中項と等比中項

第20講　和の記号Σ，階差数列
§１　和の記号Σ
§２　和の公式とΣの性質
§３　階差数列
§４　階差数列と一般項

第21講　数列の和と一般項，漸化式，数学的帰納法
§１　数列の和と一般項
§２　漸化式
§３　漸化式と一般項
§４　数学的帰納法

第７章　平面上のベクトル

第22講　平面上のベクトル
§１　ベクトル
§２　ベクトルの加法・減法
§３　ベクトルの実数倍と計算
§４　ベクトルの平行，ベクトルの分解

第23講　ベクトルの成分表示，内積
§１　ベクトルの成分
§２　座標と成分表示
§３　ベクトルの内積
§４　ベクトルの内積と成分

第24講　内積の利用，位置ベクトル，ベクトル方程式
§１　内積の性質とその利用
§２　位置ベクトル
§３　一直線上の点
§４　ベクトル方程式

第８章　空間のベクトル

第25講　空間のベクトル
§１　空間の座標
§２　空間のベクトル
§３　ベクトルの成分と演算，座標と成分表示
§４　ベクトルの内積となす角

第26講　空間図形とベクトル
§１　位置ベクトル
§２　一直線上にある点
§３　座標空間における線分の長さと分点の座標
§４　空間図形への内積の応用

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜高１･２ スタンダードレベル数学ⅠＡⅡＢとの対応表＞

講	ベーシックレベル講座　タイトル	スタンダードレベル講座
第１４講	微分係数と導関数	第32講　32−1・32−2
第１５講	接線の方程式，関数の増減と極大・極小	第32講　32−3・32−4 第33講　33−1・33−2・33−3
第１６講	関数の最大・最小，方程式への応用， 不定積分	第33講　33−4 第34講　34−1(1)・34−3(1)
第１７講	定積分と面積	第34講　34−3(2) 第35講　35−1・35−2
	微分法の応用（定数分離，不等式の証明）， 定積分関数，領域と面積，接線と面積	第34講　34−1(2)・34−2・34−4 第35講　35−3・35−4
第１８講	数列，等差数列	第36講　36−1・36−2・37−4
第１９講	等比数列，等差中項と等比中項	第36講　36−3・36−4
第２０講	和の記号Σ，階差数列	第37講
第２１講	数列の和と一般項，漸化式，数学的帰納法	第38講　38−1・38−2・38−3(1) 第39講　39−1
	いろいろな漸化式 数学的帰納法（不等式，漸化式） 群数列の基本	第38講　38−3(2)・38−4 第39講　39−2・39−3・39−4
第２２講	平面上のベクトル	第40講
第２３講	ベクトルの成分表示，内積	第41講
第２４講	内積の利用，位置ベクトル，ベクトル方程式	第42講 第44講　44−1・44−2
	共線条件と交点，内積と図形の性質，円を表すベクトル方程式，ベクトルと領域	第43講 第44講　44−3・44−4
第２５講	空間のベクトル	第45講
第２６講	空間図形とベクトル	第46講　46−1・46−2
	空間ベクトルの共線条件と共面条件	第46講　46−3・46−4

※「スタンダードレベル講座」は，スタディサプリ**「高１・２ スタンダードレベル数学ⅠＡⅡＢ」**の対応する講を表しています。
この「スタンダードレベル数学」を受講することで，「ベーシックレベル数学ⅡＢ」の内容を復習し，さらに理解を深めることができます。ぜひ，「スタンダードレベル数学」へ進んでください。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜講座の受講の仕方＞

ここでは，効果的な講座の受講の仕方についてお伝えします。講座は大きく「テキスト」「講義動画」「解答」に分かれています。この３つを効果的に使い，実力を伸ばしていきましょう。

① テキストについて

この講座のテキストは，講ごとに４つの §（セクション）に分かれています。

§1，§2，§3，§4 は，それぞれ次のような項目で構成されています。

「要点整理と公式」

⇒ そのセクションで習得すべき用語や要点，覚えるべき公式

「Point Pickup」

⇒「要点整理と公式」で学んだことをベースに，知識を整理

「講義問題」

⇒「要点整理と公式」「Point Pickup」で学んだことを定着させる問題

「練習問題」

⇒ 「講義問題」で学んだことを確認するための問題

「要点整理と公式」「Point Pickup」「講義問題」については，「動画」で解説を行います。それぞれの講や一部のセクションが未習，または理解が不十分でもまったく問題ありません。また，予習は必要ありません。

② 動画について

受講の準備ができましたら，テキストと筆記用具を手元におき，動画を再生してください。そして，真剣に受講して，先生がこの動画を通じて何を伝えたいのかを感じ取ってください。

それぞれの講の動画は，チャプター１からチャプター８（一部の講でチャプター9）まであります。これらのチャプターは，１つのセクションにつき２つのチャプター（一部３つのチャプター）がセットになっています。

（例）第１講　式と計算

§1 … チャプター１ & チャプター２

§2 … チャプター３ & チャプター４

§3 … チャプター５ & チャプター６

§4 … チャプター７ & チャプター８

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

それぞれのセクションにおける，主な受講の流れを説明します。

(1)　１つ目のチャプターで，**「要点整理と公式」**を解説します。このセクションで習得すべき重要な要点や，新しい公式を説明します。

必要なことはあらかじめテキストに書いてあります。その上で，一部「穴埋め」や「記述」が必要な部分があります。集中力を保ちながら先生の話に全力で耳を傾け，テキストを完成させていきましょう。

(2)　２つ目のチャプターで，**1**，**2**，**3**，**4** といった**「講義問題」**を解説します。

まずは「要点整理と公式」で習ったことを，**「Point Pickup」**でまとめます。「要点整理と公式」と同じく，一部「穴埋め」「記述」になっています。また，一部新しい知識や考え方も出てきます。

その後，「Point Pickup」で整理した知識を元に，先生が実際に問題を解いていきます。それぞれの問題が，どのようにして解答に至るかを動画でじっくり学んでください。メモをとっても構いませんが，ただ板書を書き写しても何の意味もありません。大切なのは集中して授業を受講すること。言葉の一つひとつにしっかりと耳を傾けてください。

先生の解説を聞いたあとで，見開き右側のページの**「解答」**欄に実際に自分で解いてみましょう。もちろん解説の途中で，一時停止して問題を解いても構いません。もし解いている途中で手が止まってしまったら，動画を巻き戻して見てください。

また，**「解答集」**には途中計算が書いてありますので，それを見てもよいでしょう。

「要点整理と公式」→「Point Pickup」→「問題の解説」→「自分で問題を解く」
これで１つのセクションが終了です。１つのセクションでおよそ 15 分～ 20 分です。

４つのセクションで１講分が終了します。時間がない時は，１日１セクションずつの受講で構いません。また，週末にまとめて１講分受講してもよいでしょう。

大事なのは

- **「集中力」**
- **「集中しよう」「何かをこの先生から得てやる」という「気持ち」**
- **数学ができるようになりたいという「思い」**

をもって受講することです。

動画に慣れていない人や，数学が苦手な人は，最初は「授業が速い！」と感じるかもしれません。この講座はいつでも画面を停止できます。また，必要に応じて何度も受講してください。受講を進めていくうちに，このペースにだんだん慣れていくでしょう。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

そして

・「やっぱり自分はできない」は厳禁！

です。あきらめず何度もチャレンジすること。必ずできるようになりますよ。

③ 復習について

その日の動画の受講が完了したら，「Point Pickup」をもう一度見てください。そして，

・このセクションから何を学んだか

を思い浮かべてみましょう。

また，後日，講義問題をもう一度解くことで，

・このセクションを受講して何ができるようになったか

を確かめてみましょう。もし解法が全然思いつかない，すっかり忘れてしまった，という場合は，もう一度そのセクションを受講することをお勧めします。

・「復習したときが，真の学習の完成」

です。

④ 確認テストについて

①～③が終わると，自分がその講の内容を本当に理解しているのか確かめたくなるはずです。各講の終わりに**「確認テスト」**を用意してあります。講義の問題に関連する問題ですので，この講で学んだことを参考に，自力で解いてみましょう。

・「自分はちゃんと理解できているのか」

それを問題を解くことで確認することができます。解き終えたら，「解答」を見て答えをチェックしてみましょう。この確認テストを解くことで，あなたの知識はさらに定着します。

以上を繰り返すことにより，飛躍的に理解が深まり，数学がだんだん解けるようになっていきます。

そして，受講を続ける上で大切なのは

・ペースを作り，守る

ことです。各セクション，およそ15分～20分。それを，どこの曜日のどの時間帯にやるかを決めましょう。そして，決めた曜日の決めた時間にしっかりと受講しましょう。学校に通う，予備校に通うのと同じように，「スタディサプリ」を受ける時間，数学から逃げずに本気で向きあう時間，これを確保してください。学校の宿題があろうと，部活で疲労し

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ていようと，ペースを守ること。できない理由を作らないこと。それができることで，確実な「実力向上」とそれができることによる「自信」につながります。

　このベーシック講座は，あくまで基礎部分です。受講後は，**「高１・２ スタンダードレベル数学ⅠＡⅡＢ」**に進んでみてください。どの講を見ればよいのかは,「対応表」に載っています。自分の知識がどのように応用できるのか，それを知ると，もっと数学が好きになりますよ。

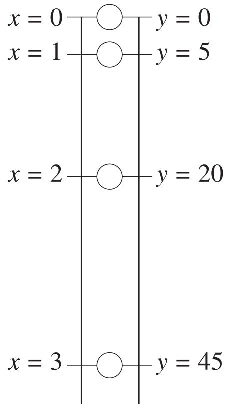
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第14講　微分係数と導関数

§1 ▶ 平均の速さと平均変化率

要点整理 と 公式

要点1 平均の速さ



ある条件のもとで，物体が落下し始めてから x 秒後に落ちる距離を y m とすると，x と y の関係が

$y=5x^2$

となる。このとき

1 秒後には $5\cdot1^2=5$(m)

2 秒後には $5\cdot2^2=20$(m)

3 秒後には $5\cdot3^2=45$(m)

落下する。

このとき，落下し始めて 2 秒後から 3 秒後までの「平均の速さ」は

$$\frac{45-20}{3-2}=\frac{25}{1}=25\text{(m/s)}$$

である。

※ 落下する球の速さは，時間とともに変化する。上記の例は 2 秒後から 3 秒後までの「 1 秒間」における平均の速さを出したが，この「 1 秒間」という時間を限りなく短くしていくと，その時々における「瞬間の速さ」を求めることができ，

2 秒後における瞬間の速さは 20 m/s

3 秒後における瞬間の速さは 30 m/s

となる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

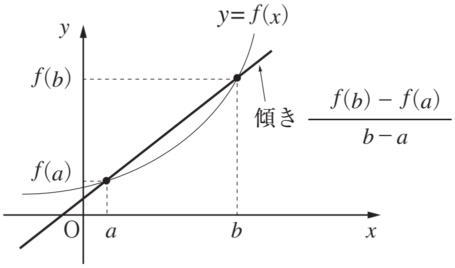
要点 2 平均変化率

関数 $f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するとき，関数の値は $f(a)$ から $f(b)$ まで変化する。このとき，x の値の変化に対する関数 $f(x)$ の変化の割合

$$\frac{\quad\text{の増加量}}{\quad\text{の増加量}}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

を，$x=a$ から $x=b$ までの $f(x)$ の「　　　　　　　　」という。

この平均変化率は，$y=f(x)$ のグラフ上の 2 点 A$(a,\ f(a))$，B$(b,\ f(b))$ を通る「　　　　　　　」を表している。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

関数 $f(x) = -3x^2$ において，x の値が次のように変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率を求めよ。

(1)　1 から 3 まで　　(2)　1 から $1+h$ まで

Point Pickup

平均変化率

関数 $f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するとき

平均変化率 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}\left(=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}\right)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 極限値と微分係数

要点整理 と 公式

要点3 極限値

関数$f(x)$において，xがa以外の値をとりながら，限りなくaに近づくとき，$f(x)$の値が一定の値αに限りなく近づく場合，この値αをxがaに限りなく近づくときの関数$f(x)$の「　　　　」といい，次のように表す。

$\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$　　　または　　$x \to a$ のとき $f(x) \to \alpha$

(ex) $\lim_{x \to 2}(x+1) =$

要点4 微分係数

平均変化率 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ …① において，aの値を固定し，bを限りなくaに近づけるとき，

①がある一定の値に限りなく近づくならば，その値を関数$f(x)$の$x=a$における

「　　　　　　」(または変化率）といい，「　　　　」と表す。つまり，

$$\lim_{b \to a} \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(a) \quad \cdots②$$

である。

②において，$b-a=h$とおくと，$b=a+h$となる。また，$b \to a$のとき，$h \to 0$である。このとき，微分係数②は以下のようになる。

■ **微分係数**

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(ex)$f(x) = x^2$ の $x = 1$ における微分係数は

$$f'(\quad) = \lim_{h \to 0} \frac{f(\quad + h) - f(\quad)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(1+h)^2 - 1^2}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{2h + h^2}{h}$$

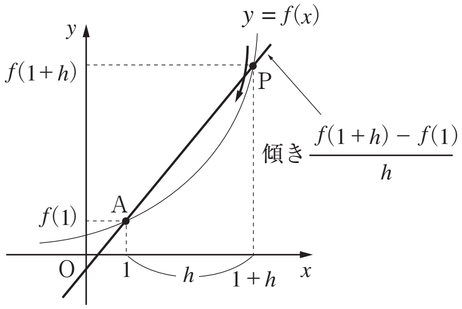
$$= \lim_{h \to 0} \frac{h(2+h)}{h} = \lim_{h \to 0} (2 + h) =$$

要点5 微分係数の図形的意味

関数 $f(x)$において，$\mathrm{A}(1,\ f(1))$，$\mathrm{P}(1 + h,\ f(1 + h))$とすると，直線 AP の傾きは，$x$ が 1 から $1 + h$ まで変化するときの平均変化率

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} \cdots ①$$

で表される。

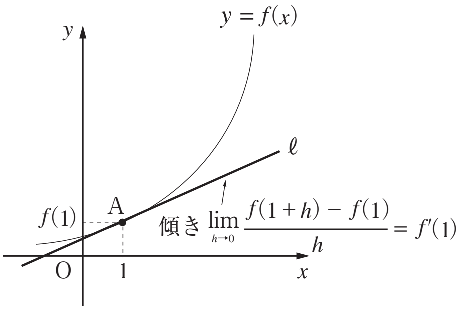


$h \to 0$ のとき，点 P は曲線 $y = f(x)$上を移動しながら限りなく点 A に近づく。このとき直線 AP の傾きは，

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

つまり，微分係数 $f'(1)$に限りなく近づく。

このとき直線 AP は，点 A を通り傾きが$f'(1)$の直線 ℓ に限りなく近づく。この直線 ℓ を，$f(x)$の点 A における「　　　　」といい，点 A を「　　　　」という。



関数 $y = f(x)$の接線の傾きについて，次のことがいえる。

■ 接線の傾きと微分係数

関数 $y = f(x)$ のグラフ上の点 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$における接線の傾きは，微分係数$f'(a)$で表される。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

［1］　次の極限値を求めよ。

(1)　$\lim_{x \to 0}(4 + x)$　　(2)　$\lim_{h \to 0}\dfrac{h^2 - 5h}{h}$

［2］　関数$f(x) = -2x^2$ の $x = -1$ における微分係数を求めよ。

また，関数 $f(x) = -2x^2$ のグラフ上の点$(-1,\ -2)$における接線の傾きを求めよ。

Point Pickup

極限値

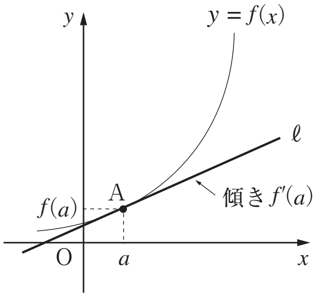
極限値　$\lim_{x \to a} f(x)$ は，$f(x)$に $x = a$ を代入して求める。

ただし，求めた値は $f(x)$が「限りなく近づく値」である。

微分係数

$$f'(a) = \lim_{h \to 0}\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

微分係数$f'(a)$は，関数$f(x)$のグラフ上の点 A$(a,\ f(a))$における接線の傾きに等しい。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3　導関数

要点整理 と 公式

要点6 導関数

関数 $f(x)=x^2$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ は

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(a+h)^2-a^2}{h}$$

つまり $f'(a)=2a$ である。

$f'(a)=2a$ において，a の値を1つ決めると，それに対応して $f'(a)$ の値がただ1つ定まる。例えば，$f'(3)=2\cdot 3=6$ である。よって，$f'(a)$ は a の「　　　　」といえる。

ここで $f'(a)=2a$ において，a を x に書き換えると，$f'(x)=2x$ という x の関数ができる。

このように，関数 $f(x)$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ について，a を x に書き換えることで得られる関数 $f'(x)$ を，$f(x)$ の「　　　　」という。

■ 導関数の定義

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

関数 $y=f(x)$ からその導関数 $f'(x)$ を求めることを，$f(x)$ を「　　　　　　」という。
とくに変数 x を強調するときには x で微分する，という。

※ $y=f(x)$ の導関数を表すのに，$f'(x)$ のほかに y'，$\dfrac{dy}{dx}$（ディーワイ・ディーエックス）や，

$\dfrac{d}{dx}f(x)$（ディー・ディーエックス・エフエックス）といった記号も用いられる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ において，x の変化量 h を x の「増分」といい，Δx と表す。

また，このときの y の変化量 $f(x+h)-f(x)$ を y の「増分」といい，Δy と表す。このとき，

平均変化率は　$\frac{\Delta y}{\Delta x}$

導関数は　$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ と表される。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

定義に従って，次の関数の導関数を求めよ。

(1)　$f(x)=x$　　(2)　$f(x)=x^2$

(3)　$f(x)=x^3$　　(4)　$f(x)=4$

Point Pickup

導関数(定義)

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 導関数の公式

要点整理 と 公式

要点 7 関数 x^n と定数関数の導関数

関数 $f(x)=x^2$ の導関数，つまり微分した結果を表すとき，$(x^2)'$ と書くことがある。
この記号を用いると，x，x^2，x^3 を微分した結果はそれぞれ，

$(x)'=1$,　　$(x^2)'=2x$,　　$(x^3)'=3x^2$

と表すことができる。c を定数とするとき，$f(x)=c$（定数関数）を微分した結果は

$(c)'=0$

と表すことができる。

一般に，次のことがいえる。

■ 関数 x^n と定数関数の導関数

n を正の整数，c を定数とするとき

$(x^n)'=nx^{n-1}$　　　　$(c)'=0$

(ex) $(x^4)'=$

要点 8 導関数の性質

関数 $f(x)=4x^2$ を微分すると，次のようになる。

$$f'(x)=(4x^2)'=\lim_{h\to 0}\frac{4(x+h)^2-4(x)^2}{h}=\lim_{h\to 0}4\left\{\frac{(x+h)^2-(x)^2}{h}\right\}$$

$$=\lim_{h\to 0}4(2x+h)=4\cdot 2x$$

$(x^2)'=2x$ より，$(4x^2)'=4\cdot(x^2)'$

関数 $f(x)=x^3+x^2$ を微分すると，次のようになる。

$$f'(x)=(x^3+x^2)'=\lim_{h\to 0}\frac{\{(x+h)^3+(x+h)^2\}-(x^3+x^2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{(x+h)^3-x^3}{h}+\frac{(x+h)^2-x^2}{h}\right\}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$$= \lim_{h \to 0} \{(3x^2 + 3xh + h^2) + (2x + h)\} = 3x^2 + 2x$$

$(x^3)' = 3x^2$，$(x^2)' = 2x$　より，$(x^3 + x^2)' = (x^3)' + (x^2)'$

一般に導関数の性質について，次のことがいえる。

■ 導関数の性質

k を定数とするとき

$\{kf(x)\}' = kf'(x)$

$\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$　　$\{f(x) - g(x)\}' = f'(x) - g'(x)$

(ex) 関数　$f(x) = 2x^2 - 3x - 4$　を微分すると，

$f'(x) = (2x^2 - 3x - 4)' = 2(x^2)' - 3(x)' - (4)'$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

関数 $f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 2$ を微分せよ。

また，$x = 1$，$x = t$ における微分係数をそれぞれ求めよ。

Point Pickup

公式を用いた関数の微分

n を正の整数，c を定数とするとき

$(x^n)' = nx^{n-1}$　　とくに　　$(x)' = 1$,　　$(x^2)' = 2x$,　　$(x^3)' = 3x^2$

$(c)' = 0$

また，k を定数とするとき

$\{kf(x)\}' = kf'(x)$　　$\{kf(x) \pm lg(x)\}' = kf'(x) \pm lg'(x)$　　（複号同順）

微分係数の求め方

関数 $f(x)$ の $x = a$ における微分係数 $f'(a)$ を求める手順は以下。

① $f(x)$ を微分し，導関数 $f'(x)$ を求める。

② $f'(x)$ に $x = a$ を代入する。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第14講　確認テスト

1　関数 $f(x)=2x^2$ において，x の値が 1 から 4 まで変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率は［アイ］である。

2　関数 $f(x)=2x^2$ の $x=-2$ における微分係数は［ウエ］である。

3　関数 $f(x)=3x^2$ の導関数を定義に従って求めると

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\boxed{\text{オ}}\,xh+\boxed{\text{カ}}\,h^2}{h}=\lim_{h\to 0}\left(\boxed{\text{オ}}\,x+\boxed{\text{カ}}\,h\right)=\boxed{\text{キ}}\,x$$

となる。

4　関数 $f(x)=3x^3-5x^2-2x+1$ を微分すると，$f'(x)=\boxed{\text{ク}}\,x^2-\boxed{\text{ケコ}}\,x-\boxed{\text{サ}}$ となる。

よって，$x=-1$ における微分係数は $f'(-1)=\boxed{\text{シス}}$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

テキスト解答

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第14講　微分係数と導関数

1

(1) $\dfrac{f(3)-f(1)}{3-1}=\dfrac{(-3\cdot 3^2)-(-3\cdot 1^2)}{2}=\dfrac{-27-(-3)}{2}=-12$

(2) $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{(1+h)-1}=\dfrac{\{-3(1+h)^2\}-(-3\cdot 1^2)}{h}=\dfrac{(-3-6h-3h^2)-(-3)}{h}=\dfrac{-3h^2-6h}{h}$

$=\dfrac{h(-3h-6)}{h}=-3h-6$

2

［1］(1) $\lim_{x\to 0}(4+x)=4$　　(2) $\lim_{h\to 0}\dfrac{h^2-5h}{h}=\lim_{h\to 0}(h-5)=-5$

［2］ 関数$f(x)=-2x^2$ の $x=-1$ における微分係数は

$f'(-1)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\dfrac{-2(-1+h)^2-(-2)\cdot(-1)^2}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\dfrac{-2h^2+4h}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{h(-2h+4)}{h}=\lim_{h\to 0}(-2h+4)=4$

関数$f(x)=-2x^2$ のグラフ上の点 $(-1,\ -2)$ における接線の傾きは $f'(-1)=4$

3

(1) $f(x)=x$ のとき

$f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{(x+h)-x}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{h}{h}=\lim_{h\to 0}1=1$

(2) $f(x)=x^2$ のとき

$f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{(x+h)^2-x^2}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{2xh+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}(2x+h)=2x$

(3) $f(x)=x^3$ のとき

$f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{(x+h)^3-x^3}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{3x^2h+3xh^2+h^3}{h}$

$=\lim_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2)=3x^2$

(4) $f(x)=4$ のとき

$f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{4-4}{h}=\lim_{h\to 0}0=0$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

$f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 2$ より

$f'(x) = (x^3)' - 4(x^2)' - 3(x)' + (2)'$

$= 3x^2 - 4 \cdot 2x - 3 \cdot 1 + 0$

$= 3x^2 - 8x - 3$

$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 - 3 = -8$

$f'(t) = 3t^2 - 8t - 3$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

確認テスト解答

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第14講　確認テスト

1　関数 $f(x)=2x^2$ において，x の値が 1 から 4 まで変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率は $\boxed{アイ}$ である。

2　関数 $f(x)=2x^2$ の $x=-2$　における微分係数は $\boxed{ウエ}$ である。

3　関数 $f(x)=3x^2$ の導関数を定義に従って求めると

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\boxed{オ}\,xh+\boxed{カ}\,h^2}{h}=\lim_{h\to 0}\left(\boxed{オ}\,x+\boxed{カ}\,h\right)=\boxed{キ}\,x$$

となる。

4　関数 $f(x)=3x^3-5x^2-2x+1$　を微分すると，$f'(x)=\boxed{ク}\,x^2-\boxed{ケコ}\,x-\boxed{サ}$ となる。

よって，$x=-1$ における微分係数は $f'(-1)=\boxed{シス}$ である。

{ 解答 }

1	ア　1	イ　0				
2	ウ　－	エ　8				
3	オ　6	カ　3	キ　6			
4	ク　9	ケ　1	コ　0	サ　2	シ　1	ス　7

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。